WYKŁAD VIII 01. 12. 14r.

1. ~~Decyzja~~ decyzyjne

Osiągnięcie określonego celu zwykle wymaga zaangażowania pewnych środków pieniężnych, materialnych i czasu.

Te środki są ograniczone i należy nimi dysponować tak, aby w max stopniu zrealizować cel.

Trzeba podjąć decyzję, które środki i w jakich ilościach należy zaangażować. Decyzji może być wiele.

Decyzja najlepsza z punktu widzenia przyjętego celu i przy uwzględnieniu istniejących ograniczeń, nazywana jest decyzją optymalną.

2. Sytuacje decyzyjne

1) Ustalić taki plan produkcji uzyskanej z dostępnych czynników produkcji, przy którym przychód uzyskany ze sprzedaży wyrobów będzie najwyższy.

2) Ustalić taki plan rozwozu produktów, aby przy najniższym koszcie zaspokoić popyt odbiorców i wykorzystać podaż dostawców.

3) Ustalić taki harmonogram prac, aby całe przedsięwzięcie zakończyć w najkrótszym czasie, przy zachowaniu pewnej kolejności wykonywania czynności.

3. Decyzje optymalne

Wyznaczanie decyzji optymalnych ułatwią skonstruowane odpowiednio metody matematyczne.

Problemy decyzyjne należy przedstawić w języku matematycznym i w tym modelu matematycznym wyznaczyć decyzję optymalną, ze względu na przyjęte kryterium optymalizacyjne.

Metody wyznaczania decyzji optymalnych należą do dziedziny zwanej badaniami operacyjnymi.

Metody optymalizacji funkcji przy zadanych ograniczeniach nazywa się programowaniem matematycznym (PM).

4. Konstruowanie modeli decyzyjnych

W typowych problemach decyzyjnych należy postępować wg podanych poniżej reguł:

1) Określić zmienne decyzyjne. Będzie to ciąg zmiennych przyjmujących wartości liczbowe.

4) Zdefiniować ograniczenia określające decyzje w danych warunkach. Będzie to układ równań nierówności.

3) Określić sposób porównywania decyzji i wyboru spośród nich takiej, która najlepiej realizuje stawiany cel. Można osiągnąć to poprzez określenie funkcji celu, którą należy maksymalizować lub minimalizować w zależności od przyjętego kryterium optymalizacyjnego.

X – część wspólna dziedziny funkcji f oraz funkcji $g_1 \dots g_n$

5. Ogólne sformułowanie zadań PM przy kryterium max.

$X = (x_1, \dots, x_n, x_{n+1} \dots, x_n)$ - decyzja

$f(x_1, \dots, x_0)$ funkcja celu

Zadanie PM z kryterium maksymalizacji zapisujemy

$$f(x_1, \dots, x_n) \to max \qquad (1)$$

Przy ograniczeniach

$$g_i(x_1, \dots, x_n) \leq b_i \text{ dla } i, \dots m_1 \qquad (2)$$
$$g_i(x_1, \dots, x_n) \geq b_i \text{ -}\!\!\text{-} \ i = m_1+1 \dots m \qquad (3)$$
$$g_i(x_1, \dots, x_n) = b_i \text{ -}\!\!\text{-} \ i = m_2+1 \dots m \qquad (4)$$
$$g_i(x_1, \dots, x_n) \geq 0 \text{ -}\!\!\text{-} \ i = 1, \dots m \qquad (5)$$

$b_1, \dots, b_n$ - znane liczby

6. Ogólne sformułowanie zadań PM c.d.

Zadanie programowania matematycznego polega na znalezieniu wśród punktów $X = (x_1, \dots x_n) \in X$ spełniających warunki (2)-(5) takiego punktu (być może wielu punktów) X_0, w którym funkcja celu f osiąga największą wartość. Punkt X_0 nazywamy decyzją optymalną

Oznaczenia:

D- podzbiór X taki, że dla każdego jego elementu spełnione są warunki ograniczające (2)-(5)

D opt - podzbiór zbioru D taki, że dla każdego jego elementu X_0 ~~spełnione są warunki~~ zachodzi $f(x) \leq f(X_0)$

Zatem mamy relację

$$D_{opt} \subset D \subset X$$

7. Zadanie PM o kryterium minimum

Elementy zbioru X nazywamy decyzjami, X - zbiór decyzji
-//- -//- D -//- -//- dopuszczalnymi, D - zbiór decyzji dopuszczalnych

El. zb. Dopt nazywamy dec. optymalnymi. Zbiór dec. optymalnych
Jeżeli $D = \emptyset$, to zadanie PM jest sprzeczne.

Analogicznie określa się postać zadań PM z kryterium minimalizacji, a mianowicie $f(x) \to \min$ przy warunkach ograniczających (2)-(5). Wówczas:

$$D_{opt} = \{ X_0 \in D \ \wedge \ f(x) \geq f(x_0) \}$$

8. Zmiana kryterium min na max

Ten przypadek można sprowadzić do problemu maksymalizacji funkcji $g(x) = -f(x)$.

Punkt X_0 w którym $g(x_0) \to \max$ jest również ~~w tym~~ ~~punkcie~~ tym punktem, w którym $f(x) \to \min$ i $f(x_0) = -g(x_0)$

Zatem zagadnienie minimalizacji funkcji celu przy zadanych ograniczeniach sprowadza się do zagadnienia maksymalizacji funkcji celu.

WYKŁAD VII 24. 11. 14r.

1. Wahania addytywne i multiplikatywne

Odchylenia szeregu od trendu są wahaniami (amplitudami). Wahania są addytywne gdy amplitudy imienne są mniej więcej jednakowe w każdym cyklu.

$$y_t = trend + wahania\ sezonowe + wahania\ losowe$$

Wahania są multiplikatywne, gdy amplitudy jednoimienne zmieniają się w stałym stosunku co cykl.

$$y_t = trend * wahania\ sezonowe * wahania\ losowe$$

2. Szeregi z trendem, wahaniami sezonowymi i losowymi

Zakładamy, że szereg czasowy ma wahania sezonowe

s - liczba cykli dla danych n obserwacji
k - -ll- ~~kbas~~ faz wahań w cyklu, np. kwartałów w roku

Zakładamy, że $n = sk$, $t = 1, \dots, n$

Wprowadzamy oznaczenie czasu t, tak aby widać było fazy jednoimienne czyli zapisujemy t w postaci

$$t = i + jk, \text{ dla } i = 1, \dots, k, \ j = 0, \dots, s-1$$

(Przykład)

3. Wyodrębnienie wahań - surowe wskaźniki sezonowości

a) wygładzamy szereg analitycznie lub metodą średnich ruchomych otrzymując $\hat{y}_t$

b) uwalniamy szereg od trendu obliczając:

$$W_t = y_t - \hat{y}_t \quad \text{dla wahań addytywnych}$$

$$W_t = \frac{y_t}{\hat{y}_t} \quad \text{dla -||- multiplikatywnych}$$

c) obliczamy surowe wskaźniki sezonowości. Dla l-tej fazy mamy

$$C_t = \frac{1}{5} \sum_{i=0}^{n-1} W_t + B$$

(przykład)

d) obliczamy ~~surowe~~ (czyste) wskaźniki sezonowości

$C_i = C' - \bar{C}$ dla wahań addytywnych

$C = \frac{C}{\bar{C}}$ dla wahań d

gdzie $\bar{C} = \frac{1}{k} \sum C$

4. Prognoza na podstawie trendu i wskaźników sezonowości

Prognoza na okres $r = n+1, n+2 ..$ wyznacza się przez podstawienie r do modelu trendu i skorygowanie otrzymanej wartości przez odpowiedni wskaźnik sezonowości.

model addytywny: $y_t^P = f(r) + C_i$ model multiplikatywny: $y_t^P = f(r) C$

gdzie C_i jest wskaźnikiem sezonowości odpowiadającym fazie o nr r