WYKŁAD V 3.11.2014r.

PROGNOZOWANIE EKONOMETRYCZNE

1. Definicja

Prognozowanie jest procesem przewidywania przyszłych wartości zmiennej objaśnianej na podstawie modelu wyjaśniającego kształtowanie się tej zmiennej

Prognozowanie jest nazywane również predykcją

Prognoza jest wynikiem tego procesu przewidywania dla wybranego okresu prognozowania zmiennej objaśnianej

Prognoza może być dana:

* za pomocą jednej liczby (prognoza punktowa)
* za pomocą przedziału (prognoza przedziałowa)

Prognoza punktowa powinna być możliwie najlepszą oceną przyszłej realizacji zmiennej prognozowanej. W prognozie przedziałowej przedział powinien być możliwie wąski.

2. Podstawa prognozowania

Aby wyznaczyć prognozę badanego zjawiska, potrzebujemy mieć:

I. Oszacowany model ekonometryczny opisujący badane zjawisko ekonometryczne

II. Znane wartości zmiennych objaśniających w okresie prognozowania

III. Stabilność postaci analitycznej modelu oraz jego parametrów

IV. Znajomość rozkładu składnika losowego modelu

V. Dopuszczalność ekstrapolacji modelu poza okres obserwacji

3. Ocena prognozy

Prognozy wyznaczane na podstawie modelu ekonometrycznego mogą różnić się od rzeczywiście zaobserwowanych wartości zmiennej prognozowanej

Oprócz prognozy trzeba znać wielkości błędu prognozy oraz efektywności prognozy.

Błąd prognozy jest różnicą pomiędzy rzeczywiście zaobserwowaną wartością zmiennej prognozowanej y_T w okresie prognozy T, a wartością obliczonej dla niej prognozy y_T^p, czyli

$$e_T^p = y_T - y_T^p$$

Błąd prognozy e_T^p jest miernikiem ex post. prognozy

y_T – wartość zaobserwowana zmiennej objaśnianej y w okresie T

y_T^p – prognoza zmiennej y w okresie T wyznaczona z oszacowanego modelu ekonometrycznego.

4. Przeciętny błąd prognozy

Wariancja błędu prognozy:

$$D^2(e_T^p) = E(y_T - y_T^p)^2$$

Efektywności prognozy mierzona jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji błędu prognozy ex post.

Pierwiastek $\sqrt{D^2(e_T^p)}$ jest nazywany przeciętnym błędem prognozy albo odchyleniem standardowym błędu prognozy. Miara ta jest miarą prognozy ex ante.

Przeciętny błąd prognozy oznacza, że rzeczywiste wartości zmiennej objaśnianej y_T w okresie prognozowania T będą przeciętnie odchylać się od wyznaczonej prognozy y_T^p o wartości

$$\pm \sqrt{D^2(e_T^p)}$$

Przeciętny względny błąd prognozy

$$V_T = \frac{\sqrt{D^2(e_T^p)}}{|y_T^p|} 100\%$$

5. Praktyczne wskazówki

- Jeżeli $V_T \leq 3\%$

  to prognoza jest bardzo dobra

- Jeżeli $V_T \in (3\%, 5\%]$

  dobra

- Jeżeli $V_T \in (5\%, 10\%]$

  dopuszczalna

- Jeżeli $V_T > 10\%$

  niedopuszczalna

6. Regresja prosta

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon$$

Oszacowanie równania regresji (regresja liniowa z próby)

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x$$

stosuje się do wyznaczenia prognozy zmiennej objaśnianej y dla danych wartości zmiennej objaśniającej x.

x_0 - ustalona wartość zmiennej objaśniającej x. Prawdziwa wartość y_0 zmiennej objaśnianej y dla x_0 jest:

$$y_0 = \alpha + \beta x_0 + \varepsilon$$

Prognoza punktowa y_0^p dla y_0 wyznaczana jest z równania regresji liniowej z próby:

$$y_0^p = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_0$$

7. Błąd prognozy punktowej

$$e_0^p = y_0^p - y_0 = (\hat{\alpha} - \alpha) + (\hat{\beta} - \beta) + \varepsilon$$

Wartość oczekiwania błędu prognozy wynosi zero, tzn $E e_0^p = 0$, czyli $E y_0^p = E y_0$. Oznacza to, że prognoza jest nieobciążona.

Wariancja błędu prognozy:

$$D^2(y_0^p - y_0) = \sigma^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\right)$$

Wariancja rośnie, gdy zwiększa się odległość x_0 od $\bar{x}$, gdzie

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

8. Standardowy błąd prognozy punktowej

Jeżeli za σ^2 podstawimy jego estymator MNK

$$\sigma^2 = S_e^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n e_i^2$$

to pierwiastek kwadratowy

$$s(y_0^p) = \sqrt{\sigma^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}\right)}$$

jest błędem standardowym prognozy punktowej.

9. Prognoza przedziałowa

Prognoza przedziałowa dla y_0 przy znanym x_0 w modelu regresji liniowej wynosi:

$$y_0^p - t_\alpha s(y_0^p) < y_0 < y_0^p + t_\alpha s(y_0^p)$$

gdzie t_α jest wartością krytyczną odczytaną z tablic rozkładu t-Studenta z $n-2$ stopniami swobody na poziomie istotności α,

tzn

$$P_r(|t_{n-2}| > t_\alpha) = \alpha$$

Na ogół $\alpha = 0{,}05$ i wówczas otrzymany przedział jest 95-procentowym przedziałem ufności dla y_0